

Descrierea soluției - cumpanit

Varianta 1

Se poate alege o variantă „brute force”, adică generarea numerelor prime cu ciurul lui Eratostene apoi descompunerea numerelor în factori primi și verificarea condiției de număr cumpănit, adică suma bazelor egală cu suma exponenților.

Această variantă obține aproximativ 30 puncte.

Varianta 2 (recursivitate + matematică)

Soluție propusă de Prof. Cheșcă Ciprian

Să demonstrăm pentru început că în descompunerea unui număr cumpănit, cu restricțiile impuse de problemă nu pot intra mai mult de 5 factori primi.

Să presupunem prin absurd că în descompunere intră 6 factori primi. Atunci cel mai mic număr cumpănit, scris cu 6 factori primi ar conține ca factori primi pe 2,3,5,7,11,13 având suma 41 și ar fi $23^{36} \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^1 \cdot 13^1$ care depășește restricțiile impuse de problemă.

La pasul următor deducem că suma maximă a bazelor nu depășește 50, ceea ce duce la utilizarea doar a primelor 11 numere prime {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29, 31,37,41,43,47}.

Cu aceste valori limită generăm recursiv toate combinațiile de numere prime a căror sumă este maxim 50 (în ordine strict crescătoare), ce vor reprezenta factorii primi din descompunerea numărului cumpănit. Când am generat o astfel de variantă, generăm prin alt mecanism recursiv toate posibilitățile de scriere (nu neapărat crescătoare) a exponenților, ca sumă de numere naturale nenule. În final sortăm rezultatele. Această variantă obține 100 puncte.

Varianta 3 (recursivitate + matematică)

Soluție propusă de dr. Csaba Pătcaș

Pentru a îmbunătăți timpul de rulare a variantei precedente, putem face următoarele observații:

- În primul procedeu recursiv, în care generăm factorii primi, contorizăm suma acestora, fie acesta S. Dacă 2^S depășește

limita superioară din fișierul de intrare, înseamnă că nu există nicio modalitate de a distribui exponenții în așa fel, încât suma lor să fie cel puțin S și numărul format să fie în intervalul specificat. În acest caz ne putem întoarce din recursivitate.

- Pe baza observației de mai sus, putem precalcula cea mai mare putere a lui 2, care este mai mic decât 10^{14} , care este 46. Când ajungem cu S la o valoare mai mare decât 46, iarăși ne putem întoarce din recursivitate.
- Pentru a verifica cât mai rapid, dacă o soluție este corectă (face parte din intervalul dat), precalculăm puterile numerelor prime și folosim valorile precalculate în loc să facem înmulțirile de fiecare dată.

Varianta 3 (recursivitate + matematică) -100 de puncte

Soluție Andrei Ciocan, Student Universitatea POLITEHNICA BUCUREȘTI

Se poate observa ca numerele din solutie in descompunerea in factori primi nu pot contine mai multi de 5 termeni (cu 6 termeni, am fi avut suma minima a bazei $2+3+5+7+11+13=33$; un astfel de numar ar fi depasit restrictiile problemei). Se mai observa de altfel ca suma factorilor primi nu poate depasi 50, astfel nu ne vor interesa numerele prime mai mari decat 50.

In continuare, cu backtracking pe biti, incercam sa generam submultimi de maxim 5 elemente de numere prime mai mici decat 50. Astfel, vom stabili factorii primi, si vom incerca sa generam exponentii acestora. Aceasta o putem face tot printr-un backtracking, dar la fiecare nivel in recursivitate verificam daca suma exponentilor depaseste suma bazelor. In acest caz ne oprim la acel pas si ne intoarcem in recursivitate.